

Непараметрический подход к моделированию кредитного портфеля

Косарев Владислав
н.р.: доцент, к.ф.-м.н. Демидова Ольга Анатольевна
рецензент: доцент, к.ф.-м.н. Бессонов Владимир Аркадьевич

Кредитный портфель и кредитный риск

Классификация кредитного портфеля:

- 1 категория качества (без просроченных платежей)
- 2 категория качества (1 – 30 просроченных дней)
- 3 категория качества (31 – 60 просроченных дней)
- 4 категория качества (61 – 90 просроченных дней)
- 5 категория качества (91 – 120 просроченных дней)
- 6 категория качества (121 – 150 просроченных дней)
- 7 категория качества (151 – 180 просроченных дней)
- 8 категория качества (более 180 просроченных дней)

Q: Зачем разделять портфель по категориям качества?

A: Для адекватного расчета резервов на возможные потери и уровня достаточности капитала (требование Базельского комитета и ЦБ). Чем больше в кредитном портфеле ссуду с худшей (большей) категорией качества, тем большее количество капитала требуется банку.

Важно знать! Ссуда может менять категорию качества, т.е. мигрировать из одной категории качества в другую. Такая динамика описывается матрицей миграцией, которая характеризует поведение кредитного портфеля.

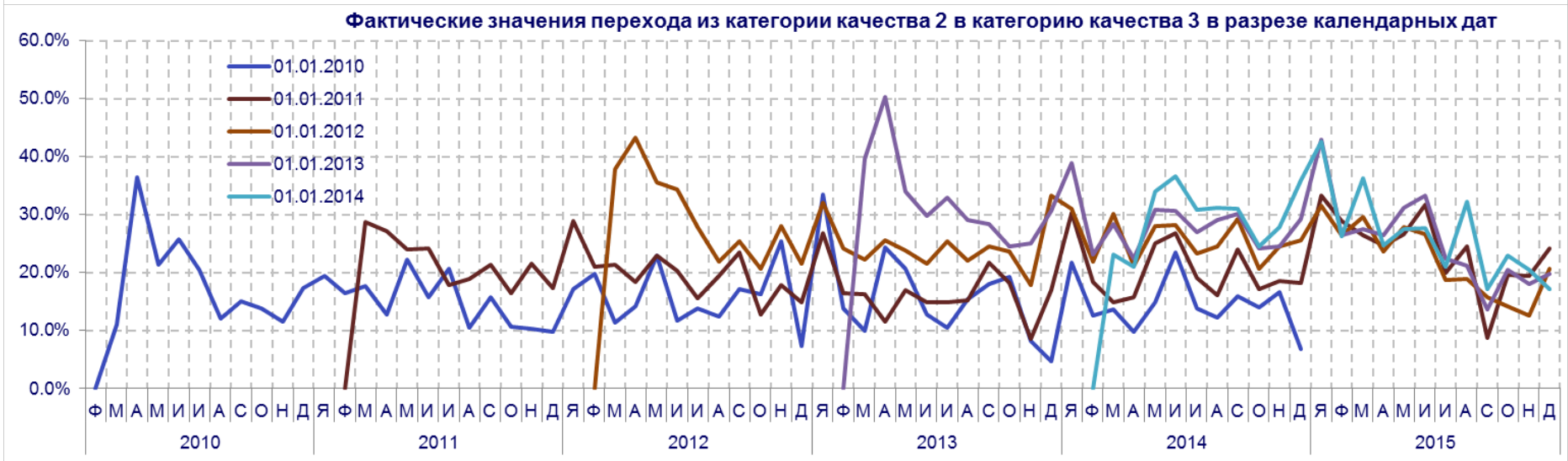
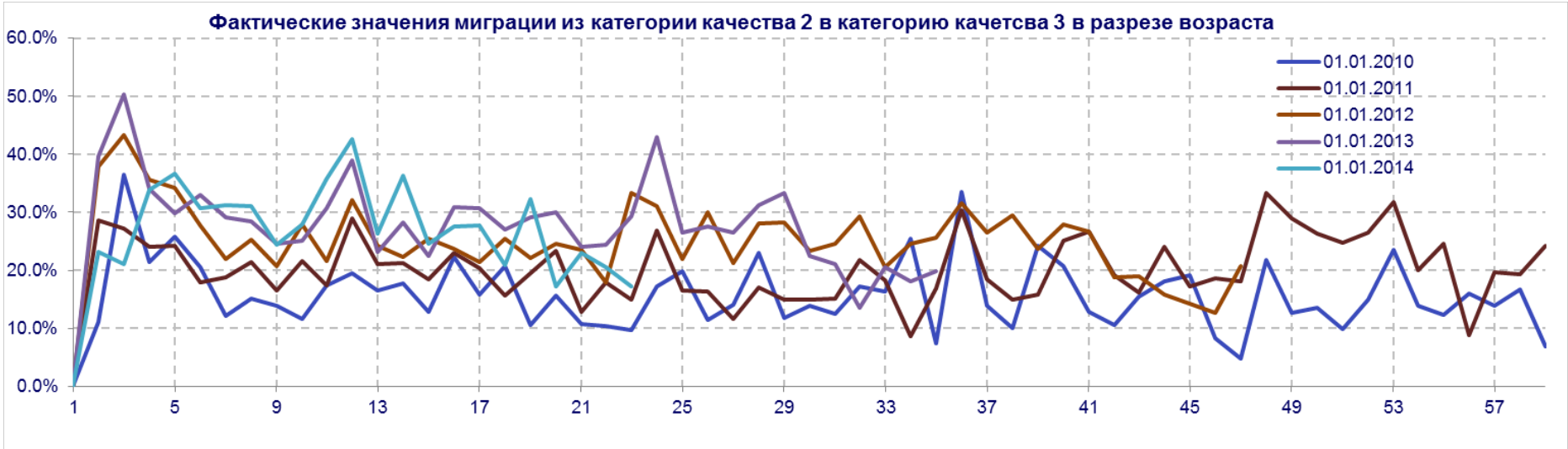
P_{11}	P_{12}						
P_{21}	P_{22}	P_{23}					
P_{31}	P_{32}	P_{33}	P_{34}				
P_{41}	P_{42}	P_{43}	P_{44}	P_{45}			
P_{51}	P_{52}	P_{53}	P_{54}	P_{55}	P_{56}		
P_{61}	P_{62}	P_{63}	P_{64}	P_{65}	P_{66}	P_{67}	
P_{71}	P_{72}	P_{73}	P_{74}	P_{75}	P_{76}	P_{77}	P_{78}
P_{81}	P_{82}	P_{83}	P_{84}	P_{85}	P_{86}	P_{87}	P_{88}

Свойства матрицы миграций:

- Каждый элемент матрицы может принимать значения от 0 до 1 включительно
- Сумма элементов в строке всегда равна 1
- Ссуда может ухудшить категорию качества только на 1, но улучшить на любое число (нижнетреугольная матрица)
- Красные элементы означают ухудшение категории качества
- Матрица миграций характеризует поведение кредитного портфеля
- Матрица миграций – инструмент контроля и мониторинга кредитного риска
- Управление матрицей миграций – управление кредитным риском
- Моделирование матриц миграций – моделирование поведения кредитного портфеля

Структура данных

Каждая когорта (поколение выдачи кредита) имеет «двойную» временную размерность – возраст и период (календарная дата)



Подходы для моделирования матрицы миграций

Подход	Обязательные условия		Необязательные условия	
	Предсказанное значение лежит в интервале [0;1]	Сумма предсказанных значений равна 1	Учитывает эффект когорты	Возможность НЕ использования дополнительной (экзогенной) информации*
Различные спецификации ARIMA	Нет	Нет	Нет	Да
Различные спецификации ADL	Нет	Нет	Нет	Да/Нет
Fixed/random effect регрессия	Нет	Нет	Да	Да/Нет**
Обобщенные линейные модели (Generalized linear model)***	Да	Нет	Да	Нет
Векторные обобщенные линейные модели (Vector generalized linear model)****	Да	Да	Да	Нет
Обобщенные аддитивные модели (Generalized additive model)***	Да	Нет	Да	Да
Векторные обобщенные аддитивные модели (Vector generalized additive model)****	Да	Да	Да	Да

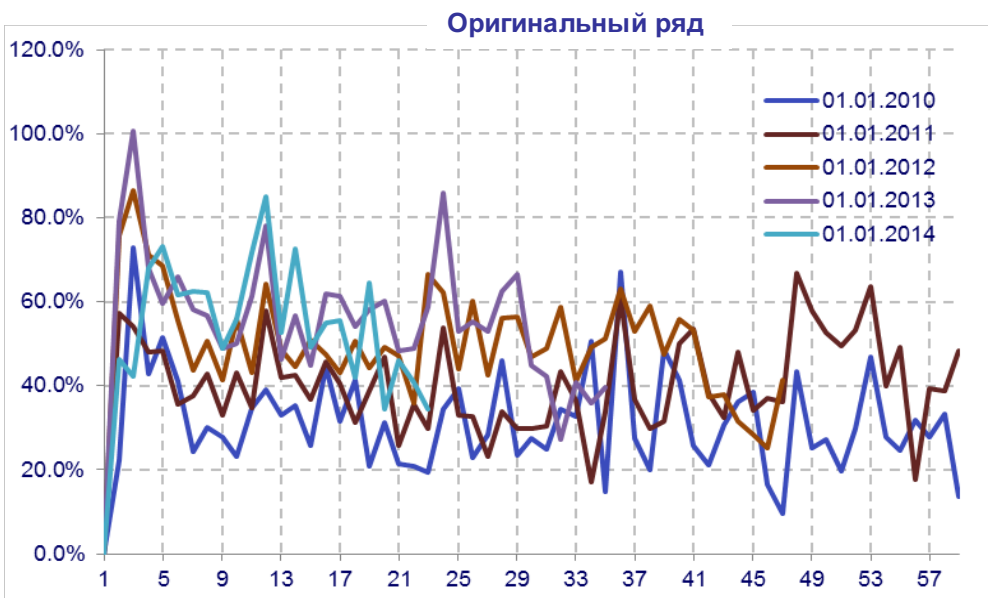
* Например, информация о динамике макроэкономических переменных

** Dynamic panel models Judson (1996)

*** Wood (2006)

**** Yee (2015)

Age – period – cohort анализ



Эпидемиология:

Вероятность заболевания декомпозируется на три компоненты:

- Эффект возраста (функция, зависящая от возраста)
- Эффект периода (функция, зависящая от периода)
- Эффект когорты (функция, зависящая от периода)

Кредитный риск:

Каждый элемент матрицы миграции декомпозируется на три компоненты:

- Эффект возраста (функция, зависящая от возраста)
- Экзогенный эффект (эффект внешних шоков) (функция, зависящая от периода)
- Эффект качества кредитного портфеля (функция, зависящая от когорты)

Эконометрическая модель:

$$g(P_{ij}) = f_{1ij}(age) + f_{2ij}(generation) + f_{3ij}(date)$$



Подходы для моделирования матрицы миграций

Подход	Обязательные условия			Необязательные условия	
	Предсказанное значение лежит в интервале [0;1]	Сумма предсказанных значений равна 1	Возможность оценки APC модели	Учитывает эффект когорты	Возможность НЕ использования дополнительной (экзогенной) информации*
Различные спецификации ARIMA	Нет	Нет	Нет	Нет	Да
Различные спецификации ADL	Нет	Нет	Нет	Нет	Да/Нет
Fixed/random effect регрессия	Нет	Нет	Нет	Да	Да/Нет
Обобщенные линейные модели (Generalized linear model)	Да	Нет	Нет	Да	Нет
Векторные обобщенные линейные модели (Vector generalized linear model)	Да	Да	Нет	Да	Нет
Обобщенные аддитивные модели (Generalized additive model)	Да	Нет**	Да	Да	Да
Векторные обобщенные аддитивные модели (Vector generalized additive model)	Да	Да	Да	Да	Да
Другие подходы из биостатистики*	Да/Нет	Нет	Да	Да	Да

*Holford (2005), Yang (2013) и Fu (2008)

** Условие может выполняться, но требуются дополнительные предпосылки

Модель поведения кредитного портфеля

APC модель, с учетом ограничений:

$$\left\{ \begin{array}{l} g(P_{ij}) - f_{1ij}(age) - f_{2ij}(generation) - f_{3ij}(date) \rightarrow \min_{f_{1ij}, f_{2ij}, f_{3ij}} \\ 0 \leq P_{ij} \leq 1 \\ \sum_j P_{ij} = 1 \\ age = date - generation \end{array} \right.$$

g – logit

P_{ij} – зависимая переменная, которая имеет квазибиномиальное распределение (квазимультинomialное распределение)*

f_1, f_2, f_3 – функции сплайнов

$age, cohort, period$ – регрессоры

Непараметрические методы оценки:

Аналогичны оценке GAM** и VGAM*** - [Vector] Penalized iteratively re-weighted leastsquares

Ожидаемый результат:

В результате должны быть получены три непараметрические функции, которые характеризуют поведение кредитного портфеля:

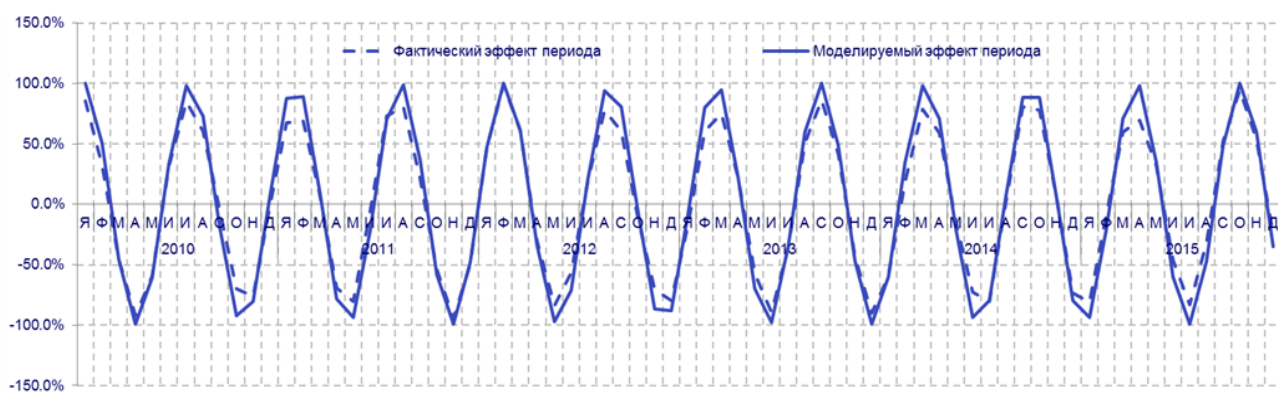
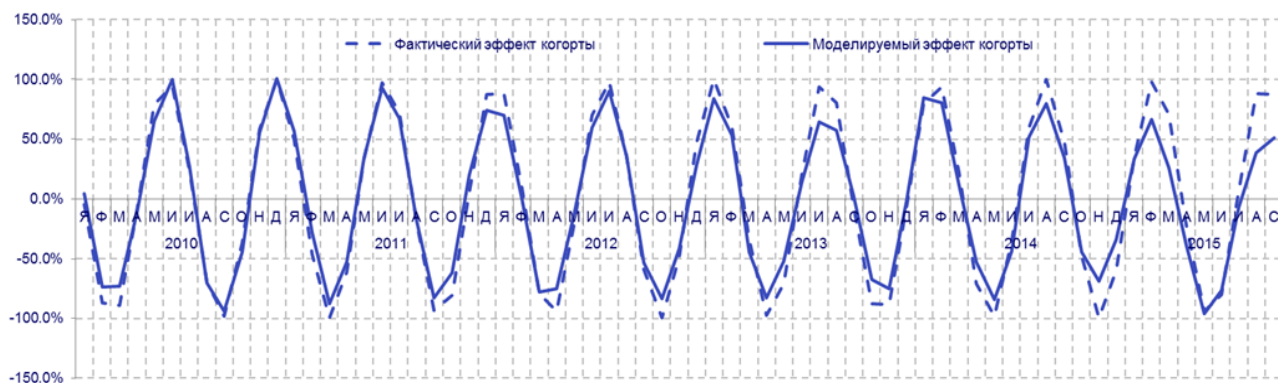
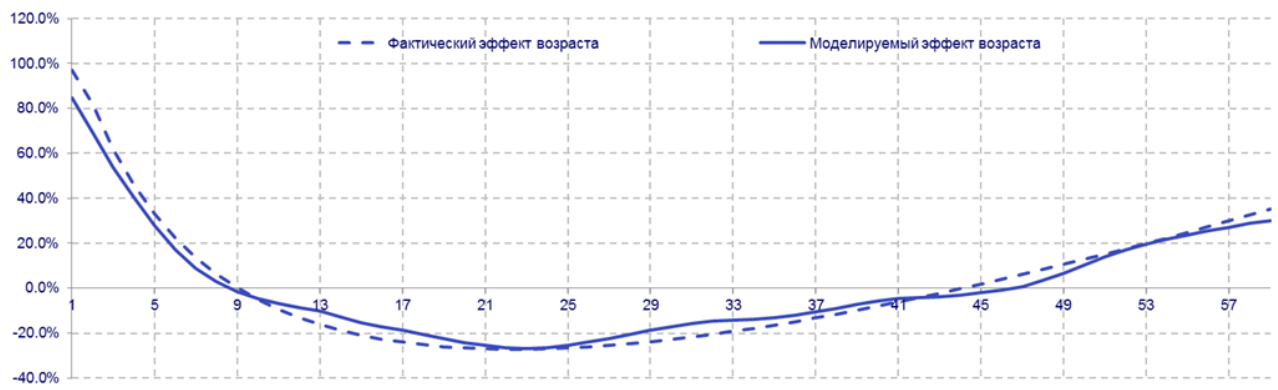
- Эффект возраста – характеристика старения кредитного портфеля
- Эффект когорты – характеристика качества кредитного портфеля
- Эффект периода – характеристика экзогенного влияние на кредитный портфель

* Papke, Wooldridge (1996).

** Wood (2006)

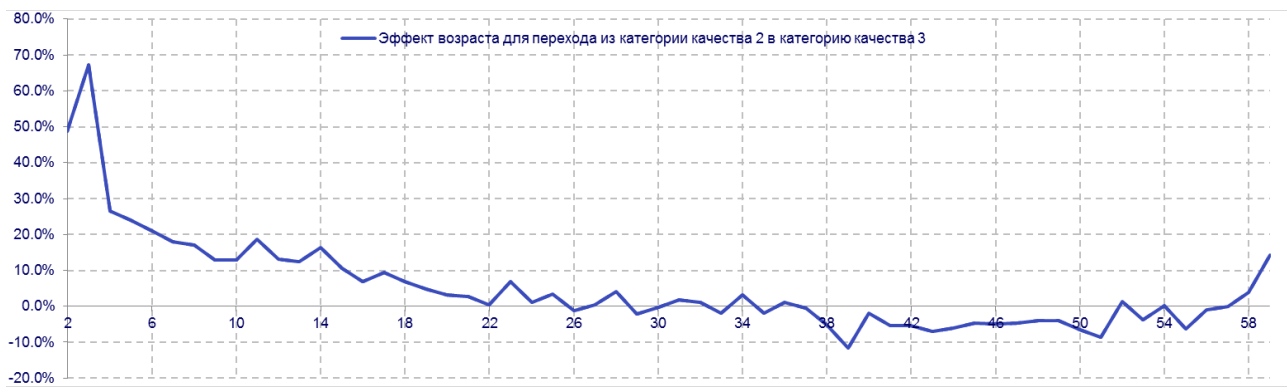
*** Yee (2015)

Результаты декомпозиции. Симуляционные данные

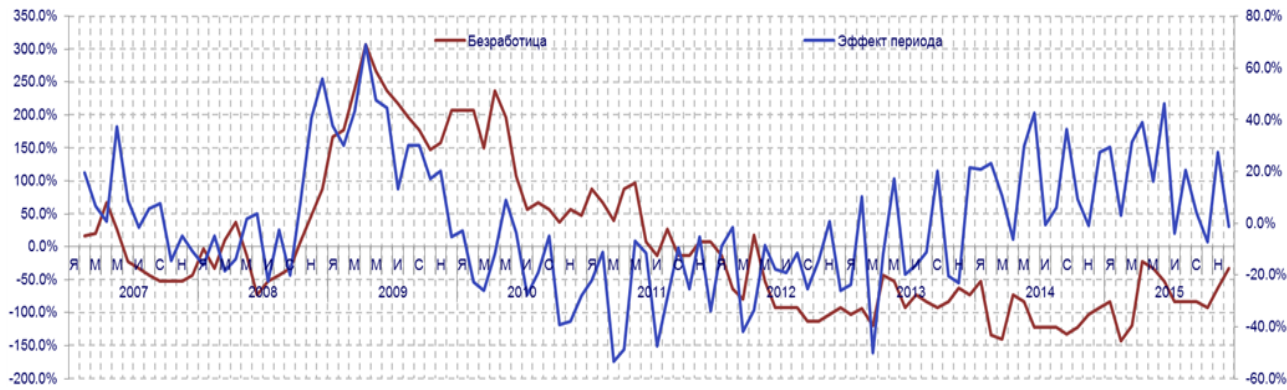


1000 наборов данных с параметрами:
 $Z \sim N(\log(\text{age}) + \frac{1}{\text{age}} + \sin(y) + \frac{1}{(\frac{y}{10})^2} + \frac{1}{(\frac{y}{10})^3} + \cos(g), 1)$
 $P = \text{logit}^{-1}(Z)$
 age effect = $\log(\text{age}) + \frac{1}{\text{age}}$
 period effect = $\sin(y) + \frac{1}{(\frac{y}{10})^2} + \frac{1}{(\frac{y}{10})^3}$
 cohort effect = $\cos(g)$

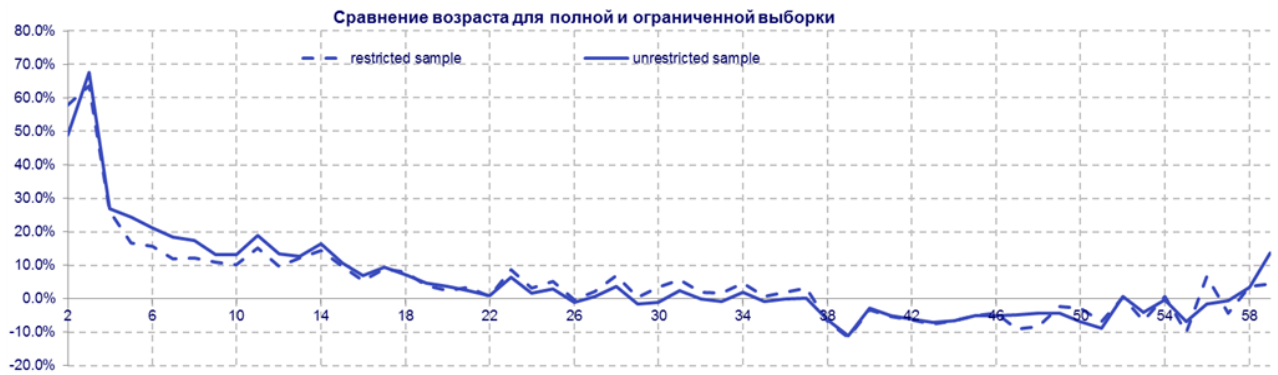
Результаты декомпозиции. Реальные данные



- Корреляция фактического PD (прокси для качества ссуды) и эффекта когорты – 76%
- Корреляция безработицы и эффекта периода до 2012 года – 50%



Результаты бэк теста. Стабильность эффектов

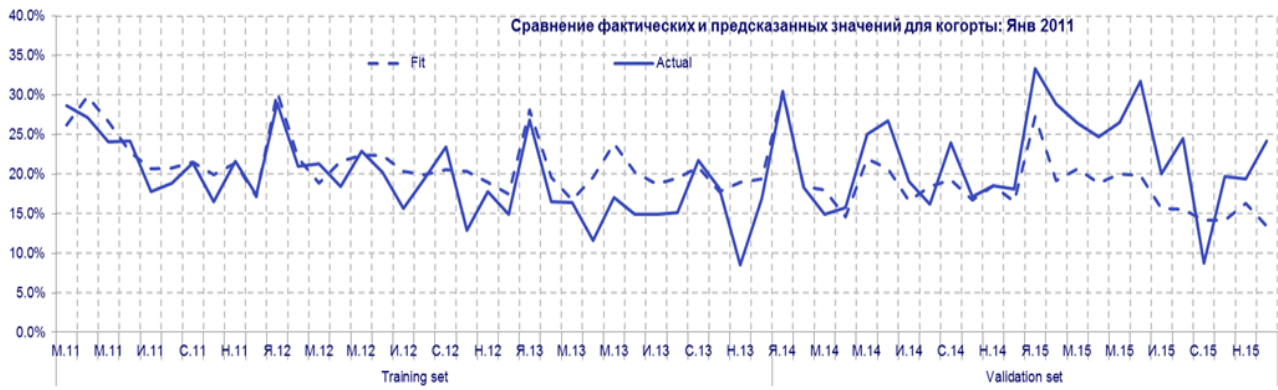
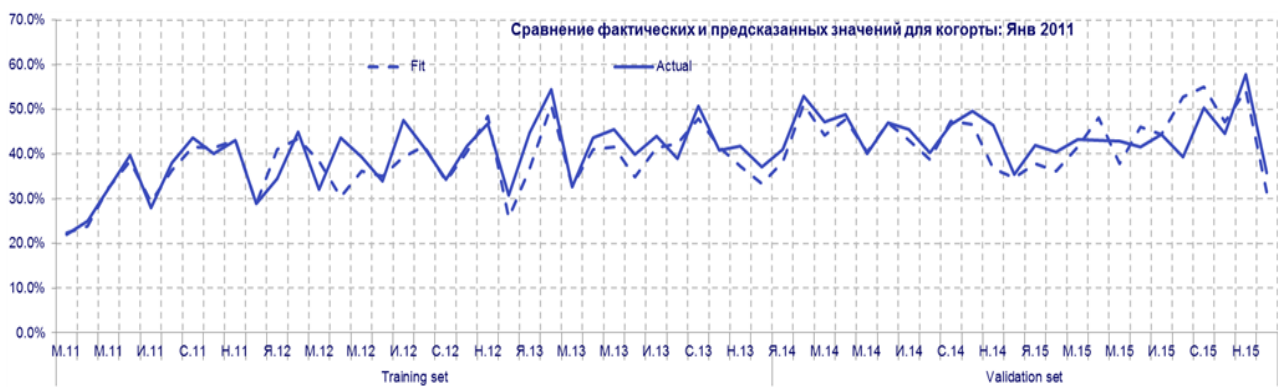


Короткая выборка (restricted sample) – до января 2014
 Длинная выборка (unrestricted sample) – после января 2014

- Корреляция для
- фактора возраста – 97%
 - фактора когорты – 89%
 - фактора периода – 94%



Результаты бэк теста. Прогнозные значения

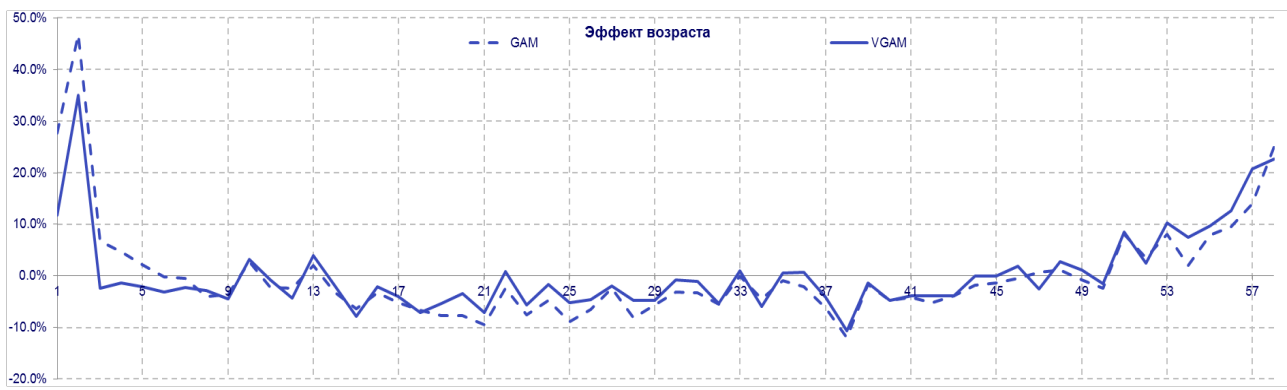


Обучающая выборка – до января 2014
 Валидационная выборка – после января 2014

- Эффект периода на прогнозный период равен фактическому эффекту периода (эффекту периода, полученной по длинной выборке)
- Эффект когорты для новых когорт (когорты с января 2014 года) равен фактическому эффекту когорты (эффекту когорты, полученному по длинной выборке), а эффект когорты для старых когорт (когорты до января 2014 года) равен эффекту когорты, полученному по короткой выборке
- Эффект возраста равен эффекту возраста, полученному по короткой выборке

Относительная ошибка аппроксимации в среднем меньше 10%.

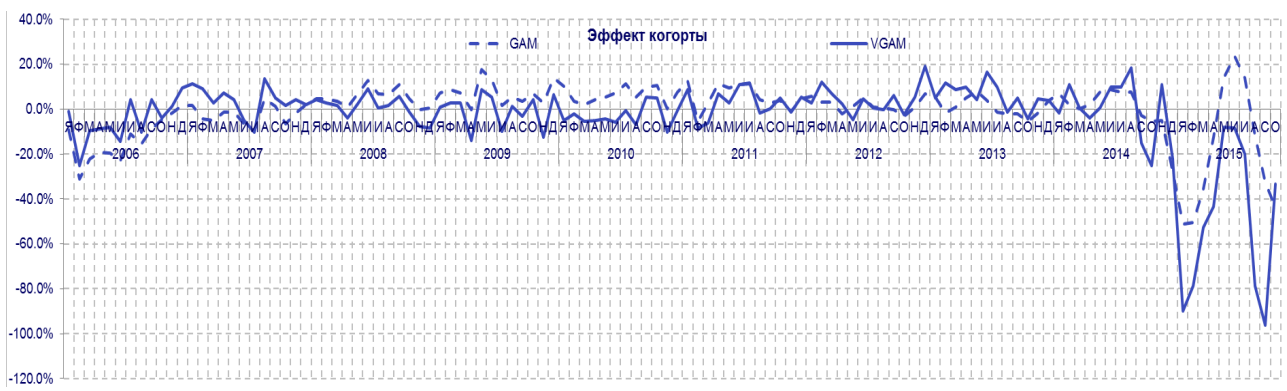
Сравнение GAM и VGAM



- VGAM: выполнение условия $P_{21} + P_{22} + P_{23} = 1$

Для GAM значение $P_{21} + P_{22} + P_{23}$ никогда не оказывалось равным 1, но, было очень близко к 1 (разброс значений 0.97 – 1.02). Нужны предпосылки для нормировки.

- Эффекты для разных моделей очень похожи



Корреляция для перехода из категории качества 2 в категорию качества 3 для эффекта возраста 93%, для эффекта периода 91%, а для эффекта когорты 95%.

- VGAM обладает меньшей предсказательной силой

Значение квадрата коэффициента корреляции (прокси для R^2) для GAM - 91%, а для VGAM - 84%.



Использование и результаты

Для регулятора:

- Легкость надзора за кредитным риском. Зная только фактические данные о матрицах миграций, регулятор получает исчерпывающую информацию о
 - Качестве кредитного портфеля
 - Экзогенном влиянии на кредитный портфель
- Легкость проведения стресс теста банковской системы

Для банка:

- Анализ внешних шоков, влияющих на кредитный портфель
- Оперативный анализ качества выдаваемых кредитов
- Оперативное изменение стратегии управления кредитным риском
- Проведение стресс тестирования кредитного портфеля

Потенциальное использование в других сферах:

- Моделирование процентного риска
- Моделирование поведения CDS
- Любые данные, имеющие схожую структуру

Результаты:

- Декомпозиция поведения кредитного портфеля на три фактора с учетом ограничений:
 - Старение (эффект возраста)
 - Качество (эффект когорты)
 - Экзогенное влияние (эффект периода)
- Модель адекватна
 - Хорошие результаты при симуляционном моделировании
 - Полученные эффекты имеют явную экономическую интерпретацию
 - Полученные эффекты стабильны, т.е. при изменении выборки эффекты почти не меняются
 - Модель может использоваться для прогнозирования, т.к. обладает маленькой ошибкой аппроксимации
- Возможность использования модели на практике
- Единственное ограничение модели – структура данных, поэтому может использоваться в различных областях